

Wendepunkte

Notwendiges Kriterium:

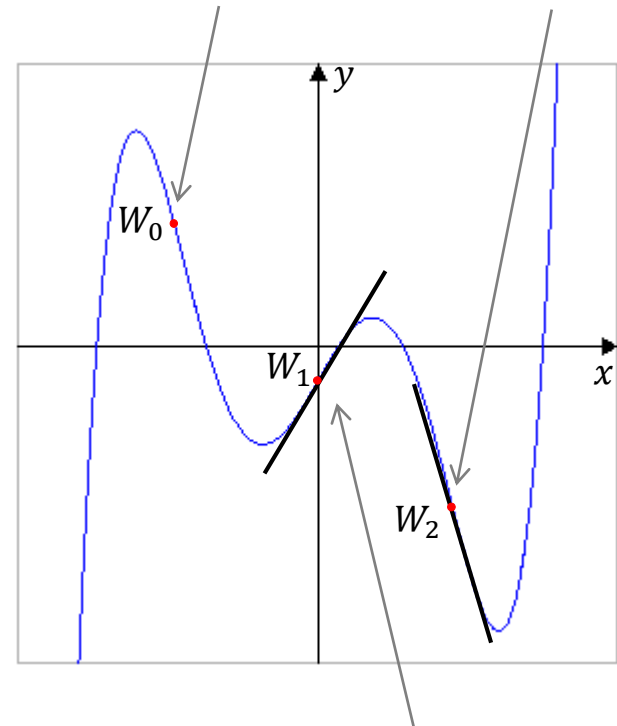
$$f''(x) = 0$$

Hinreichendes Kriterium:

$$f'''(x) \neq 0$$

Häufige Formulierungen für
Wendepunkte im Abitur:
Stellen mit „maximaler Steigung“,
„stärkstem Gefälle“, etc.

Stelle mit dem stärksten Gefälle



Stelle der stärksten Steigung

Verfahren „von Hand“

Zur Bestimmung von Wendepunkten gehen Sie wie folgt vor:

- 1) Löse $f''(x) = 0$ und erhalte $x_1, x_2, \dots$
- 2) Prüfe jede der oben gefundenen Lösungen mit f''' :
 - Ist $f'''(x) = 0$, so liegt **kein** Wendepunkt vor.
 - Ist $f'''(x) \neq 0$, so liegt ein Wendepunkt vor.
- 3) Die y -Koordinate des Wendepunktes erhalten Sie durch Einsetzen des in 1) gefundenen x -Wertes in $f(x)$.

Rechenbeispiel

Untersuche $f(x) = x^3 - 2,5x^2$ auf Wendepunkte.

Lösung:

$$f'(x) = 3x^2 - 5x, \quad f''(x) = 6x - 5, \quad f'''(x) = 6$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{6} \approx 0,83$$

$$f''' \left(\frac{5}{6} \right) \neq 0 \Rightarrow \text{Wendepunkt } \underline{W(0,83 \mid -1,16)}$$

$$f \left(\frac{5}{6} \right) \approx -1,16$$


Rechenbeispiel mit dem GTR

Untersuche $f(x) = x^3 - 12x$ auf Wendepunkte.

Beachte:

Die Wendepunkte von $f(x)$ finden Sie über die Hoch- und Tiefpunkte auf der Ableitungskurve von $f(x)$.

Geben Sie im GTR bei Y_1 den Funktionsterm ein.

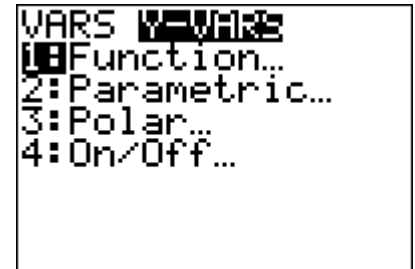
Bei Y_2 wählen Sie über die MATH-Taste die Funktion $nDeriv()$ und vervollständigen Sie die Eingabe wie es die Abbildung zeigt.

```
MODE  NUM  CPX  PRB
4: 3J(
5: *J
6: fMin(
7: fMax(
8: nDeriv(
9: fnInt(
0: summation Σ(
```

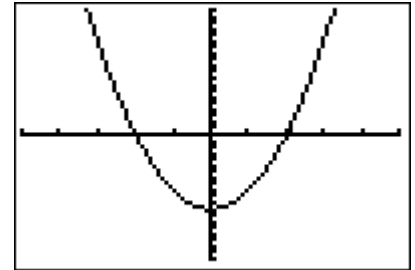
```
Plot1 Plot2 Plot3
Y1 X3-12X
Y2  $\frac{d}{dx}(Y1)|_{x=X}$ 
Y3 =
Y4 =
V =
```

Rechenbeispiel mit dem GTR

Die Variable Y_1 können Sie wie folgt eingeben:
Tippen Sie die Taste VARS und wählen
anschließend mit den Pfeiltasten den Eintrag
Y-VARS und dort die Option „Function“ und
schließlich die Variable Y_1 .

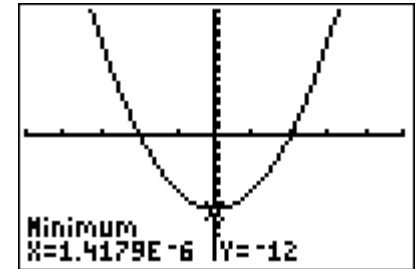


Mit GRAPH lassen Sie sich (ggf. nach
Einstellung des Koordinatenausschnitts) die
Ableitungsfunktion zeichnen.



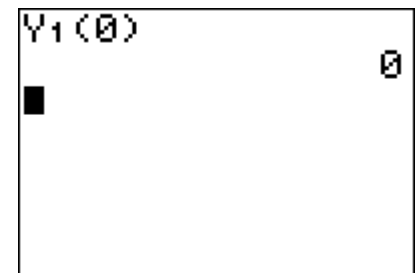
Rechenbeispiel mit dem GTR

Mit 2ND CALC minimum bestimmen Sie die x -Koordinate des Minimums der Ableitungskurve.



Dies ist die x -Koordinate des Wendepunkts von $f(x)$, in unserem Fall also $x = 0$.

Wenn Sie über 2ND QUIT (MODE-Taste) in den Berechnungsmodus wechseln, können Sie nach Eingabe von $Y_1(0)$ die y -Koordinate des Wendepunkts ermitteln.



Ergebnis: Der gesuchte Wendepunkt ist $W(0|0)$.